# Проявление эффекта малой коалиции в действиях большого коллектива. Часть 1

**Цуриков Владимир Иванович**

доктор экономических наук, профессор,

ФГБОУ ВО «Костромская государственная сельскохозяйственная академия», г. Кострома, Российская Федерация.

E-mail: tsurikov@inbox.ru

**Скаржинская Елена Матвеевна**

доктор экономических наук, профессор,

ФГБОУ ВО «Костромской государственный университет», г. Кострома, Российская Федерация.

E-mail: yelena.skarzhinsky@gmail.com

**Аннотация.** Статья посвящена теоретическому анализу проблем, возникающих перед коллективом, члены которого своими индивидуальными усилиями создают общую стоимость и получаемый совокупный доход распределяют между собой в заранее оговоренных относительных долях. Предполагается, что каждый член коллектива стремится к максимуму своего индивидуального выигрыша, а функция совокупного дохода, возрастающая по размерам усилий каждого участника, удовлетворяет закону убывающей отдачи. Исследуются возможности участников коллективных действий для выхода из ловушки неэффективного равновесия по Нэшу, в которую коллектив попадает в результате автономного выбора размеров усилий, и достижения предпочтительного по Парето исхода. Необходимая для улучшения результатов коллективных действий кооперация агентов затруднена в многочисленном коллективе вследствие дефицита межличностного доверия, но возможна в малой группе (коалиции). Показано, что осуществление коалиционной стратегии, направленной на максимизацию коалиционного выигрыша, приводит к возрастанию индивидуальных выигрышей всех членов коллектива. Анализируются стратегии агентов, избегающих риска и стремящихся к максимуму гарантированного выигрыша.

**Ключевые слова:** коллективные действия; равновесие Нэша; коалиция; Парето-предпочтительный исход; гарантированный выигрыш; положительная экстерналия.

**JEL codes:** C31, D23, D61, D62

**Для цитирования:** Цуриков , В.И. Проявление эффекта малой коалиции в действиях большого коллектива. Часть 1 / В.И. Цуриков , Е.М. Скаржинская . - DOI 10.52957/22213260_2022_9_57. - Текст : электронный // Теоретическая экономика. - 2022 - №9. - С.57-70. - URL: http://www.theoreticaleconomy.ru (Дата публикации: 30.09.2022)

**DOI:** 10.52957/22213260_2022_9_57

## Введение

В настоящей статье мы продолжаем рассматривать те проблемы коллективных действий, которые были подняты нами в работах [1, 2]. В них мы рассмотрели коллектив, члены которого своими индивидуальными усилиями создают общую стоимость и получают совокупный доход, который затем распределяется между ними в заранее оговоренных относительных долях. Чистый доход (он же прибыль, выигрыш) каждого агента равен разности между причитающейся ему в соответствии с его долей частью совокупного дохода и величиной понесенных им издержек. Показано, что при некоторых самых общих предположениях относительно свойств функции дохода члены коллектива рискуют угодить в ловушку неэффективного равновесия Нэша, достигаемого автономными агентами [3, 4]. Напомним, что под равновесием Нэша понимается тот набор индивидуальных стратегий (действий), осуществляемых членами коллектива, изменение которого со стороны одного и только одного (любого) агента не приводит к возрастанию его выигрыша.

В рассматриваемом нами случае коллектив достигает равновесный по Нэшу исход, если каждый из агентов независимо от других выбирает уровень своих усилий с целью максимизации собственного выигрыша, считая, что все его партнеры также стремятся максимизировать свои индивидуальные выигрыши. Если принять вполне естественное и реалистичное предположение, что издержки агента возрастают с ростом прилагаемых им усилий, то в силу закона убывающей отдачи достигаемое коллективом равновесие Нэша оказывается неэффективным по Парето. Более того, оказывается, что существуют другие стратегии, т.е. наборы других объемов усилий, при которых индивидуальные выигрыши всех членов коллектива выше, чем в этом равновесии Нэша. Для достижения соответствующих исходов необходима координация действий агентов с приложением ими усилий в объемах, превышающих равновесные значения, т.е. те значения, которые приводят коллектив к равновесию Нэша в игре автономных агентов [1].

Необходимую координацию мог бы обеспечить достаточно высокий уровень межличностного доверия между членами коллектива. Однако в сколько-нибудь многочисленном коллективе образование устойчивого доверия между всеми его членами очень маловероятно. Действительно, для того, чтобы любой член коллектива не опасался оппортунистического поведения со стороны своего партнера, он должен сам доверять каждому члену коллектива и в свою очередь пользоваться доверием с его стороны. Следовательно, в коллективе, состоящем из n индивидов, должно установиться устойчивое межличностное доверие между каждой парой его членов. Число таких пар равно числу сочетаний из n по два, т.е. $C_n^2$. С ростом n число таких пар быстро возрастает и, например, для n=10 составляет $C_{10}^2 = 45$, а при n=20 – уже $C_{20}^2 = 190$. Легко видеть, что численность коллектива, в котором имеет место межличностное доверие между всеми его членами практически не может превысить двух-трех десятков человек.

Что же касается использования соответствующих стимулов, то, как было показано в [2], применение негативных селективных стимулов, основанных на потенциале насилия или штрафных санкциях, не позволяет надеяться на достижение Парето-предпочтительного исхода, т.е. такого исхода, в котором выигрыш каждого члена коллектива будет не ниже, а у кого-то из них выше, чем в достигаемом автономными агентами равновесии Нэша. Возможности же для эффективного применения позитивных стимулов очень ограничены.

Здесь нужно отметить, что в любом реально существующем коллективе, члены которого осуществляют свои индивидуальные усилия для получения общего дохода, всегда может складываться некоторое доверие между отдельными участниками или небольшими группами. Это утверждение тем более справедливо, если речь идет о гибридной экономической организации, которая и является предметом нашего моделирования. В такой организации значимость и роль доверия выше, чем в иерархической, так как децентрализация управления требует совещательной координации и взаимного согласия, например, хотя бы в вопросе правила распределения совокупного дохода. Очевидно, что если уровень доверия не достаточен не только для того, чтобы определить минимальный порядок в последовательности действий и распределении работ среди участников, но и для достижения согласия относительно правила распределения ожидаемого дохода, то агенты просто не станут осуществлять свои усилия в создание общей стоимости. Соответственно, их действия примут характер индивидуальных, а не коллективных действий.

Так как уровень межличностного доверия распределяется в обществе неравномерно, а человек в высшей степени существо социальное, то в любом достаточно многочисленном коллективе всегда имеются индивиды, между которыми устанавливаются более глубокие отношения доверия, чем между другими. Эти отношения могут быть довольно устойчивыми и поддерживаться как успешным многолетним сотрудничеством, так и неформальными дружескими связями. Небольшая группа агентов, охваченных достаточно глубоким чувством межличностного доверия, не испытывающих каких-либо стремлений к оппортунистическому поведению и, соответственно, не опасающихся никакого проявления оппортунизма со стороны друг друга, играет главную роль в нашей модели. Ниже мы будем называть такую группу, объединяющую нескольких членов коллектива, коалицией. Именно межличностное доверие в модели, представленной в настоящей работе, играет роль центрального фактора создания дополнительной стоимости и приводящего к преодолению неэффективного равновесия Нэша, достигаемого в игре автономных агентов, и увеличению выигрыша каждого члена коллектива.

Хотелось бы напомнить, что результаты полевых и лабораторных исследований Элинор Остром однозначно указывают на доверие, как на необходимое условие успешной кооперации локальных сообществ, совместно использующих общий ресурс [5-6]. Об этом же свидетельствуют эмпирические исследования и отечественных авторов [7-8]. Можно думать, что в настоящее время мало кто сомневается в том, что межличностное доверия является важнейшей составляющей социального капитала [9-10].

**Постановка задачи и математическая модель**

Так же, как и в предыдущих работах [1, 2] мы будем рассматривать коллектив, состоящий из n индивидов, которые своими индивидуальными усилиями создают общую стоимость. Будем считать, что величина ожидаемого совокупного дохода D зависит только от объемов прилагаемых членами коллектива усилий. Используем следующие обозначения:   – денежный эквивалент усилий, осуществляемых агентом i, $\alpha_i$ – относительная доля i-го агента в совокупном доходе. Функция дохода $D=D(\sigma_1 \ldots \sigma_n)$ дважды дифференцируема и удовлетворяет следующим стандартным для неоклассической экономической теории условиям.

1. Функция дохода является возрастающей по каждой переменной:

$$\frac{\partial D}{\partial \sigma_i} > 0 \; ; \tag{1}$$

2. Удовлетворяет условиям, позволяющим избежать краевых решений, т.е. решения в нуле или на бесконечности:

$$\lim_{\sigma_i \to 0} \frac{\partial D}{\partial \sigma_i} = \infty, \quad \lim_{\sigma_i \to \infty} \frac{\partial D}{\partial \sigma_i} = 0; \tag{2}$$

3. Строго выпукла вверх, т.е.:

$$d^2 D < 0 \cdot \tag{3}$$

В условиях (1)-(3) $\sigma_1 \geq 0$; i=1...n. Условие (3) необходимо в силу двух причин. Во-первых, оно влечет за собой единственность решения задачи о максимальном значении выигрыша. Причем наличие стационарной точки, которое обеспечивается условием (2), означает, что эта точка и является точной максимума. Поэтому для нахождения максимального значения выигрыша достаточно выполнения условий максимума первого порядка. Во-вторых, у дважды дифференцируемой и строго выпуклой вверх функции D все вторые производные отрицательны:

$$\frac{\partial^2 D}{\partial \sigma_i^2} < 0, \tag{4}$$

Неравенство (4) выражает закон убывающей отдачи, так как означает, что величина предельного дохода убывает с ростом объема прилагаемых усилий.

Кроме перечисленных условий, которым удовлетворяет функция дохода, и являющихся, как мы уже отмечали стандартными, предположим еще одно, а именно, условие комплементарности усилий:

$$\frac{\partial^2 D}{\partial \sigma_i \partial \sigma_k} > 0 \quad \text{при } i \neq k. \tag{5}$$

Неравенство (5) означает, что возрастание усилий, прилагаемых агентом i, приводит к увеличению предельного дохода по усилиям агента k, где $i \neq k$, i,k=1...n. Иначе говоря, усилия одного из членов коллектива, оказывают положительное влияние на эффективность усилий другого участника коллективных действий. Или, что равносильно, рост усилий одного агента увеличивает отдачу от усилий другого. Это условие отнюдь не является каким-то экзотическим. В той или иной степени, оно выполняется в любом коллективе, члены которого создают общую стоимость. Вспомним, например, булавочную мануфактура Адама Смита: «Один рабочий тянет проволоку, другой выпрямляет ее, третий обрезает, четвертый заостряет конец …» [11] и т.д. Легко видеть, что чем тщательней первый и второй рабочие выполнят свои операции, т.е. чем однородней и ровнее получится проволочная заготовка, тем с меньшими усилиями и/или с лучшим результатом справятся со своими последующими операциями рабочие, обрезающие проволоку, затачивающие конец, осуществляющие полировку и т.д.

Отметим, что влияние положительной зависимости между усилиями членов коллектива на эффективность их действий, уже подвергалась теоретическому исследованию. Например, в работе [12] предложена модель команды, состоящей из двух агентов, в которой полезность одного из них растет по мере сокращения разрыва между осуществляемыми им и вторым агентом объемами усилий. В работе [13] улучшение по Парето связывается с неадекватной оценкой одним из агентов собственных усилий, т.е. фактически с нерациональным поведением.

Каждый член коллектива стремится максимизировать свой индивидуальный выигрыш, равный разности между причитающейся ему в соответствие с его долей частью дохода и денежным эквивалентом приложенных им усилий:

$$U_i = \alpha_i D - \sigma_i \to \max, \tag{6}$$

где $U_i$ – выигрыш агента i.

Так как мы рассматриваем самодостаточный коллектив, осуществляющий свою деятельность на принципах самоуправления и самоорганизации, то считаем, что явный вид функции совокупного дохода и, соответственно, все перечисленные условия (1)-(5), а также функции полезности каждого члена коллективных действий, как и стремление к максимуму индивидуального выигрыша составляют общее знание. Информация о размерах, приложенных агентами усилий, становится известной всем членам коллектива только после их завершения, причем она является неверифицируемой для третьей стороны. Поэтому любые соглашения, заключаемые между членами коллектива, предусматривают только внутренние механизмы управления контрактом и разрешения конфликтов [14].

Как видно из (1), повышение уровня усилий со стороны любого члена коллектива влечет за собой рост величины совокупного дохода, в результате чего возрастает индивидуальный выигрыш (6) каждого участника коллективного действия. Помимо этого, от величины усилий любого члена коллектива зависит, в силу условий комплементарности (5), эффективность усилий каждого его партнера. Поэтому в своем стремлении к максимуму собственного индивидуального выигрыша любой член коллектива вынужден при выборе объема прилагаемых им усилий так или иначе учитывать размер усилий, прилагаемых каждым из его партнеров. Так как все агенты осуществляют свои усилия в едином временном интервале, то ни один из них не располагает достоверной информацией о величине усилий, которые предполагают осуществить его партнеры. Каждый член коллектива в своем выборе может исходить только из своих предположений относительно намерений партнеров и их предположений о его намерениях.

Наиболее простая ситуация складывается в том случае, в котором каждый член коллектива автономно, без какого-либо согласования со своими партнерами выбирает уровень собственных усилий. Как легко видеть, условие максимума выигрыша агента i имеет вид:

$$\alpha_i \frac{\partial D}{\partial \sigma_i} = 1. \tag{7}$$

Слева от знака равенства в уравнении (7) находится величина индивидуального предельного по усилиям агента i дохода, а справа – величина предельных издержек. Так как агенту i, как и любому другому, известны функции полезности всех участников, а также их стремление максимизировать собственные индивидуальные выигрыши, то он имеет все основания для того, чтобы полагать, что все его партнеры поступят точно так же, как и он, т.е. каждый из них будет ориентироваться на условие максимума своего выигрыша. Другими словами, все участники выберут размеры своих усилий из условий:

$$\alpha_i \frac{\partial D}{\partial \sigma_i} = 1, \tag{8}$$

Условия (8) представляют собой систему уравнений относительно усилий $\sigma_i$. Эта система в силу условий (1)-(3) имеет единственное решение: $\sigma_1^N, \ldots, \sigma_n^N$. Точка $N(\sigma_1^N, \ldots, \sigma_n^N)$ отвечает единственному равновесному по Нэша исходу N, являющимся неэффективным по Парето [1]. Ниже будем обозначать эту игру через G. Неэффективность исхода N обусловлена только низким уровнем усилий со стороны членов коллектива. Отметим, что данный результат совпадает с выводом, полученным в ряде моделей неполного контракта, согласно которому в условиях независимого выбора уровня специфических инвестиций контрагенты проявляют тенденцию к недоинвестированию [15-20].

**Коалиционная игра**

Предположим, что среди членов коллектива сложилась небольшая группа индивидов (коалиция), испытывающих друг к другу доверие, не склонных к проявлению оппортунистического поведения и не опасающихся его проявления со стороны ее членов. Мы будем считать, что уровень межличностного доверия среди членов коалиции достаточен для того, чтобы они могли успешно осуществить совместную коалиционную стратегию в целях увеличения общего выигрыша.

Введем следующие обозначения: I – множество всех членов коллектива, C – коалиция, NC – множество всех некооперированных агентов, $G_c$ – коалиционная игра, $\alpha_c$ – относительная доля в совокупном доходе всех членов коалиции, $U^c$ – коалиционный выигрыш, т.е.

$$\alpha_C = \sum_{i \in C} \alpha_i\,,\; U^C = \sum_{i \in C} (\alpha_i D - \sigma_i) = \alpha_C D - \sum_{i \in C} \sigma_i \tag{9}$$

Коалиционная стратегия направлена на максимизацию коалиционного выигрыша $U^c$. Условия максимума первого порядка для членов коалиции принимают вид:

$$\alpha_C \frac{\partial D}{\partial \sigma_i} = 1,\; i \in C \tag{10}$$

Уравнения (10) означают, что величина предельного коалиционного выигрыша по усилиям каждого члена коалиции равна величине его предельных издержек. Обозначим игру, в которой коалиция действует как единый агент, через $G_c$.

*1. Коалиционная игра в условиях отсутствия комплементарности усилий*

Для детального анализа результатов коалиционной стратегии предварительно рассмотрим самый простой случай, в котором отсутствует влияние усилий одного агента на эффективность усилий другого. Иначе говоря, обратимся к рассмотрению ситуации в случае отсутствия коплементарности усилий и, соответственно, предположим, что вместо неравенств (5) функция совокупного дохода удовлетворяет условиям:

$$\frac{\partial^2 D}{\partial \sigma_i \partial \sigma_k} = 0 \text{ при } i \neq k \tag{11}$$

При этом будем считать, что остальные условия (1)-(4) остаются справедливыми по-прежнему. Условия (11) означают, что первая производная от функции совокупного дохода по усилиям любого из членов коллектива зависит только от усилий этого агента и не зависит от усилий любого другого. А отсюда следует, что функция совокупного дохода является сепарабельной функцией усилий членов коллектива и, соответственно, имеет вид:

$$D(\sigma_1, \ldots, \sigma_n) = \sum_{i=1}^{n} D_i(\sigma_i) \tag{12}$$

Функцию совокупного дохода (12) можно трактовать как сумму вкладов от всех членов коллектива, причем вклад каждого из них однозначно определяется только объемом его собственных усилий. Подразумевается, что каждая функция $D_i$ дважды дифференцируема и удовлетворяет условиям (1)-(4).

Из вида зависимости (12) следует, что $\frac{\partial D}{\partial \sigma_i} = D'_i$ и, соответственно, условия (8) – условия максимума первого порядка при автономном выборе всеми агентами своих усилий – принимают вид:

$$\alpha_i D'_i = 1, \; i = 1, 2, ..., n, \tag{13}$$

а условия максимумов коалиционного выигрыша и выигрышей некооперированных агентов преобразуются к виду:

$$\alpha_C D'_i = 1, \; \alpha_j D'_j = 1, \; i \in C, \;\; j \in NC \tag{14}$$

Все уравнения системы (14) независимы друг от друга. Если агент j является некооперированным агентом и стремится к максимуму своего индивидуального выигрыша, то уровень его усилий определяется только свойствами функции $D_j(\sigma_j)$ и величиной его относительной доли в совокупном доходе. При выборе уровня собственных усилий ему нет никакой нужды учитывать усилия, прилагаемые его партнерами. То же самое относиться и к выбору усилий членом коалиции. Единственное отличие состоит только в том, что объем усилий, осуществляемых членом коалиции, зависит от суммарной доли всех ее членов, а не от его индивидуальной доли. По мере присоединения к коалиции новых членов коалиционная доля увеличивается.

Из закона убывающей отдачи (4) следует, что производная $D'_j$, имеющая смысл предельного совокупного дохода по усилиям агента i, является убывающей функцией аргумента $\sigma_i$. А так как величина предельного совокупного дохода по усилиям члена коалиции, согласно (14) равна $1/\alpha_c$, то с ростом суммарной доли коалиции величина предельного дохода убывает и, следовательно, объем усилий, прилагаемых каждым членом коалиции, возрастает. Таким образом, объем прилагаемых членом коалиции усилий увеличивается по мере роста величины $\alpha_c$. Если некооперированный агент i становится членом коалиции, то размер прилагаемых им усилий по сравнению с теми усилиями, которые он прилагал в качестве некооперированного агента, становится выше, так как $\alpha_C = \sum_{j \in C} \alpha_j > \alpha_i$ при $i \in C$.

Из условия возрастания величины совокупного дохода (1) по мере увеличение объема прилагаемых усилий следует, что успешная реализация коалиционной стратегии влечет рост совокупного дохода. Причем чем выше коалиционная доля $\alpha_c$, тем больше величина дохода. С ростом дохода возрастает выигрыш каждого некооперированного агента, который не прилагает для этого никаких усилий, ведь величина его усилий при выполнении условий (11) никак не зависит от усилий членов коалиции. Весь рост выигрышей некооперированных агентов в этом случае является следствием положительных экстерналий, порождаемых дополнительными усилиями членов коалиции относительно их равновесных $\sigma_i^N$ значений в бескоалиционной игре G автономных агентов.

Обратимся к вопросу о величине выигрыша члена коалиции. Сравним суммарный выигрыш членов коалиции $U^c$ (9) с суммарным выигрышем тех же агентов в игре G с исходом N:

$$\sum_{i \in C} U_i^N = \sum_{i \in C} (\alpha_i D^N - \sigma_i^N) = \alpha_C D^N - \sum_{i \in C} \sigma_i^N \tag{15}$$

При автономном выборе размера своих усилий каждый агент i исходит из условия (13), согласно которому величина предельного совокупного дохода равна величине $1/\alpha_c$. Поэтому, согласно (13), величина предельного коалиционного дохода при $\sigma_i = \sigma_i^N$, где $i \in C$

$$\alpha_C \frac{\partial D}{\partial \sigma_i} = \alpha_C D_i' =_i \frac{\alpha_C}{\alpha_i} > 1 \tag{16}$$

Неравенство (16) означает, что величина предельного коалиционного дохода по усилиям агента i при $\sigma_i = \sigma_i^N$ выше величины его предельных издержек. Отсюда следует, что увеличение объема усилий каждого члена коалиции до того уровня, при котором будет выполняться условие (10), приводит к росту коалиционного выигрыша. Соответственно, максимум коалиционного выигрыша достигается при $\sigma_i = \sigma_i^N$, где $i \in C$. Так как всех членов коалиции объединяет чувство доверия друг к другу, то им не составит труда по получении коалиционного выигрыша распределить его между своими членами так, чтобы выигрыш каждого из них стал выше, чем в исходе N. Поэтому в дальнейшем всегда будем считать, что при возрастании коалиционного выигрыша увеличивается выигрыш каждого члена коалиции.

Таким образом, для случая отсутствия комплементарности усилий можно утверждать следующее.

1. Успешная реализация коалиционной стратегии при любом размере коалиции приводит к росту выигрыша каждого члена коллектива относительно его значения, достигаемого при автономном выборе размеров усилий в бескоалиционной игре G.

2. По мере увеличения относительной доли коалиции в величине совокупного дохода или по мере присоединения к коалиции новых членов из числа некооперированных агентов, выигрыш каждого члена коллектива возрастает.

3. Реализация коалиционной стратегии никак не отражается на размерах усилий, прилагаемых некооперированными агентами.

В предельном случае, когда коалиция объединяет всех членов коллектива, суммарный выигрыш всего коллектива достигает максимального значения. Тот исход, который достигается в результате успешной реализации коалиционной стратегии, можно рассматривать в качестве равновесного по Нэшу в коалиционной игре, но только при условии, что коалиция действует как единый агент, максимизирующий свой (коалиционный) выигрыш.

*Коалиционная игра в условиях комплементарности усилий*

Теперь обратимся к случаю выполнения условия комплементарности усилий всех агентов, т.е. будем считать, что справедливы все неравенства (5). В этом случае функция дохода является несепарабельной и, соответственно, оптимальный размер усилий, прилагаемых каждым агентом, зависит от величины усилий, прилагаемых любым другим членом коллектива. Поэтому третий пункт из вышеперечисленных, характеризующих коалиционную игру в условиях отсутствия комплементарности усилий, теперь не выполняется. Максимальные значения коалиционного выигрыша и индивидуальных выигрышей всех некооперированных агентов достигаются при выполнении следующих условий:

$$\alpha_C \frac{\partial D}{\partial \sigma_i} = 1, \; i \in C \tag{17}$$

$$\alpha_j \frac{\partial D}{\partial \sigma_j} = 1, \; j \in NC \tag{18}$$

Как видим, это те же уравнения, которым удовлетворяют условия максимумов выигрышей коалиции и некооперированных агентов при отсутствии комплементарности усилий. Поэтому если все члены коллектива приложат свои усилия в тех объемах, которые удовлетворяют системе (17)-(18), то соответствующая коалиционная игра достигнет равновесный по Нэшу исход в коалиционной игре , если рассматривать коалицию как единого (агрегированного) игрока, стремящегося к максимуму своего коалиционного выигрыша. Именно в этом случае выигрыш коалиции и выигрыши всех некооперированных агентов достигают в коалиционной игре своих максимальных значений. Однако теперь в условиях комплементарности усилий, уравнения (17)-(18) представляют собой единую систему, и для достижения равновесия возникают определенные препятствия.

Система (17)-(18) имеет единственное решение, которое обозначим как $\sigma_i = \sigma_i^{N_C}$ $\sigma_j = \sigma_j^{N_C}$ где i∈C, j∈NC, а соответствующий исход – как $N_c$. Легко видеть, что члены коалиции, как и в случае отсутствия условия комплементарности усилий, осуществляют свои усилия в объемах, превышающих равновесные: $\sigma_i^{N_C} > \sigma_i^N$, i∈C. Но теперь не только члены коалиции, но и некооперированные агенты для получения максимальных индивидуальных выигрышей должны осуществить усилия в размерах, превышающих $\sigma_j^N$, j∈NC. Причина простая: рост усилий со стороны членов коалиции приводит к увеличению предельного дохода по усилиям всех остальных членов коллектива и, соответственно, при $\sigma_i = \sigma_i^{N_C} > \sigma_i^N$ и $\sigma_j = \sigma_j^N$ величина предельного индивидуального дохода каждого некооперированного агента по его усилиям будет превышать величину его предельных издержек. Соответственно, максимумы их индивидуальных выигрышей сместятся в область более высоких усилий

$$\sigma_j = \sigma_j^{N_C} > \sigma_j^N,\ j \in NC \tag{19}$$

и превысят максимальные выигрыши, получаемые в игре автономных агентов $G: U_j^{N_C} > U_j^N$. То же самое справедливо для величины коалиционного выигрыша: $U^{N_C} > \sum_{i \in C} U_i^N$.

Еще раз обратим внимание на то, что максимальное значение индивидуального выигрыша любого члена коллектива достигается только тогда, когда величина его предельного индивидуального дохода равна величине предельных издержек, т.е. в нашей модели равна единице. Но любой член коалиции осуществляет свои усилия в объеме, превышающем тот, при котором его индивидуальный выигрыш достигает максимального значения. И весь рост коалиционного выигрыша при реализации коалиционной стратегии обусловлен исключительно положительными экстерналиями, создаваемыми всеми членами коалиции, честно прилагающих свои усилий в объемах, превышающих те, при которых достигают максимальных значений их индивидуальные выигрыши.

Это легко увидеть из сравнения уравнения (18), отвечающего условию максимума индивидуального выигрыша с уравнением (17), отвечающим условию максимума коалиционного выигрыша. Член коалиции, как следует из (17), доводит уровень своих усилий до такого значения, при котором величина предельного совокупного дохода $\frac{\partial D}{\partial \sigma_i} = \frac{1}{\alpha_C}$. А максимальное значение его индивидуального выигрыша отвечает условию: $\frac{\partial D}{\partial \sigma_i} = \frac{1}{\alpha_i} > \frac{1}{\alpha_C}$, т.е. величина предельного совокупного дохода по усилиям члена коалиции ниже той величины, которая отвечает максимуму его индивидуального выигрыша. В силу закона убывающей отдачи объем усилий, прилагаемых членом коалиции, превышает тот, при котором его индивидуальный выигрыш достигает своего максимального значения.

Так как в рассматриваемой модели все агенты прилагают свои усилий в едином временном интервале, то они не имеют достоверной информации о том, в каком именно объеме приложат или уже прилагают свои усилия члены коллектива. Эта информация становится доступной только после окончания того временного интервала, в котором все члены коллектива осуществляют свои усилия. Поэтому, если в коалиционной игре не используются тот или иной залоговый механизм, то каждый некооперированный агент может полагаться только на обещание членов коалиции осуществить усилия в объемах $\sigma_i = \sigma_i^{N_C}$, удовлетворяющих системе (17)-(18).

Проблема порождается тем обстоятельством, что равновесием Нэша в коалиционной игре является исход $N_c$, в котором своего максимального значения достигает коалиционный выигрыш, а не индивидуальные выигрыши членов коалиции. Каждый член коалиции в одностороннем порядке может повысить свой выигрыш, если осуществит свои усилия в размере ниже отвечающего решению системы (17)-(18). В случае отсутствия комплементарности усилий такое проявление оппортунизма со стороны того или иного члена коалиции никак не влияет на оптимальные размеры усилий, прилагаемых некооперированными агентами. В таком случае вне зависимости от того, выполнят все члены коалиции свои обещания или нет, оптимальный размер усилий некооперированного агента j равен значению $\sigma_j^N$, и величина его выигрыша не ниже $U_j^N$. А вот условия комплементарности усилий (5) как раз и порождают зависимость оптимального размера усилий любого члена коллектива от усилий, прилагаемых каждым из его партнеров.

Рассмотрим, например, игру, в которой член коалиции $k \in C$ посчитал для себя выгодным нарушить коалиционную договоренность, не поставив об этом в известность своих партнеров. Если все остальные члены коллектива осуществят свои усилия в размерах, отвечающих условиям (17)-(18), то оптимальный для агента k размер прилагаемых им усилий он найдет из условий:

$$\alpha_k \frac{\partial D}{\partial \sigma_k} = 1, \;\; \sigma_i = \sigma_i^{N_C} \tag{20}$$

В этом случае величина предельного совокупного дохода по его усилиям $\frac{\partial D}{\partial \sigma_k} = \frac{1}{\alpha_k}$ и превышает ту величину $\frac{\partial D}{\partial \sigma_k} = \frac{1}{\alpha_C}$, которая соответствует его усилиям в размере $\sigma_k^{N_C}$. Следовательно, величина усилий $\sigma_k$, отвечающая условиям (20), меньше чем $\sigma_k^{N_C}$. В результате снижения уровня усилий, осуществляемых агентом k, значения и совокупного дохода, и общего выигрыша всего коллектива, и коалиционного выигрыша будут меньше их значений, отвечающих условиям (17)-(18). Объемы усилий, приложенных его партнерами окажутся неоптимальными, а значения их выигрышей не достигнут максимумов. А вот индивидуальный выигрыш агента k повысится, так как достигнет своего максимального значения при $\sigma_i = \sigma_i^{N_C}$.

Из рассмотренного примера следует, что некооперированные агенты при недостатке доверия к обещаниям членов коалиции будут проявлять осторожность при выборе объемов прилагаемых ими усилий в коалиционной игре. В первую очередь, они будут с осторожностью воспринимать обещания членов коалиции осуществить свои усилия в тех объемах, при которых максимальное значение принимает коалиционный выигрыш. Мы рассмотрели случай, в котором только один из членов коалиции изменил обещанию придерживаться коалиционной стратегии. Но ведь никто из некооперированных агентов не застрахован от оппортунизма со стороны целой группы агентов. Рассмотрим случай образования в коллективе фиктивной коалиции C, каждый член которой стремится к максимуму своего индивидуального выигрыша, но скрывает это намерение от некооперированных агентов.

Если члены этой фиктивной коалиции проявят максимальную осторожность, то они в выборе своих усилий будут ориентироваться на самый невыгодный для них вариант, в котором ни один из некооперированных агентов им не поверил и также проявил максимальную осторожность. В этом варианте члены фиктивной коалиции C осуществят свои усилия в размерах $\sigma_i = \sigma_i^N$ и их индивидуальные выигрыши $U_i$ будут не ниже равновесных в игре G: $U_i \geq U_i^N$. Равновесные значения их выигрыши примут только в том случае, в котором все некооперированные агенты действительно проявят максимальную осторожность и также осуществят свои усилия в объемах $\sigma_j = \sigma_j^N$. В этом случае коллектив достигнет равновесный исход N, и выигрыш каждого агента составит величину $U_i^N$.

Если же один из некооперированных агентов, а именно агент $k \in NC$, доверится фиктивной коалиции и осуществит свои усилия в объеме $\sigma_k > \sigma_k^N$, то в условиях $\sigma_i = \sigma_i^N$, $i \in C$ и $\sigma_j = \sigma_j^N$, $j \in NC \setminus \{k\}$ своими дополнительными усилиями он поспособствует возрастанию совокупного дохода до величины, превышающей $D^n$. В результате размеры выигрышей всех его партнеров превысят значения, достигаемые в игре *G*: $U_i > U_i^N$. А вот выигрыш $U_k$ самого агента k станет ниже, чем в игре *G*: $U_k < U_k^N$. Выбор агента k в силу проявленной им доверчивости окажется выгодным для всех членов коллектива, кроме него самого.

Если подобную доверчивость по отношению к фиктивной коалиции проявят несколько некооперированных агентов и осуществят свои усилия в размере выше равновесных значений, отвечающих игре G с исходом N, то результат будет не столь однозначным в силу его зависимости от ряда конкретных условий. Выигрыши одних проявивших излишнюю доверчивость некооперированных агентов могут оказаться выше, а выигрыши других ниже, чем в игре G. При этом выигрыши всех остальных членов коллектива – и членов фиктивной коалиции, осуществивших свои усилия в размере $\sigma_i = \sigma_i^N$ и проявивших максимальную осторожность некооперированных агентов, превысят выигрыши, получаемые ими в игре G с исходом N.

Поэтому, как видно из рассмотренных вариантов игры, некооперированные агенты будут осторожно подходить к обещаниям членов коалиции осуществить свои усилия в тех объемах, при которых достигает максимальное значение коалиционный выигрыш, а не индивидуальные выигрыши. Каждый некооперированный агент j, принимающий решение осуществить свои усилия в размере, превышающим $\sigma_j^N$, сталкивается с определенным риском. Если по какой-то причине хотя бы один из членов коалиции или некооперированных агентов осуществит свои усилия в объеме ниже того, который удовлетворяет системе уравнений (17)-(18), то выигрыш агента, честно осуществившего свои усилия в том объеме, который отвечает этой системе, своего максимального значения не достигнет. Более того, значение выигрыша агента j, осуществившего свои усилия в размере $\sigma_j > \sigma_j^N$, может оказаться меньше, чем $U_j^N$.

Зато, если некооперированный агент j, проявив максимальную осторожность, осуществит свои усилия в размере $\sigma_j = \sigma_j^N$, то величина его выигрыша будет не ниже, чем $U_j^N$. Соответственно, осторожный, избегающий риска агент может в своем выборе руководствоваться критерием максимина, т.е. стремиться к максимуму гарантированного выигрыша. Выигрыш в размере $U_j^N$ ему гарантирован, если он осуществит свои усилия в размере $\sigma_j = \sigma_j^N < \sigma_j^{N_C}$. Каждому, проявляющему осторожность некооперированному агенту k, осуществившему свои усилия в объеме $\sigma_k = \sigma_k^N$, выгодно, чтобы как можно больше некооперированных агентов осуществили свои усилия в объемах $\sigma_j > \sigma_j^N$.

Что касается членов коалиции, то их коалиционный выигрыш всегда будет превышать сумму их индивидуальных выигрышей $\sum_{i \in C} U_i^N$, если все они строго придерживаются коалиционной стратегии, направленной на максимизацию коалиционного выигрыша, и осуществят свои усилия в размерах, найденных из предположения, что все некооперированные агенты проявляют максимальную осторожность и осуществляют свои усилия в размерах $\sigma_j = \sigma_j^N$.

Таким образом, каждый участник коллективных действий в своем выборе размера собственных усилий может исходить только из своих предположений относительно действий остальных членов коллектива. И от этих его предположений будет зависеть размер прилагаемых им усилий и, соответственно, величина выигрыша каждого члена коллектива.

Рассмотрим, например, удачный выбор некооперированного агента, точно угадавшего размеры усилий, прилагаемых всеми его партнерами. Предположим, что члены коалиции, преследующие цель максимизировать коалиционный выигрыш, решили проявить крайнюю осторожность и осуществить свои усилия в предположении, что все некооперированные агенты также проявят максимальную осторожность. В этом случае члены коалиции найдут объемы своих усилий из условий:

$$\alpha_C \frac{\partial D}{\partial \sigma_i} = 1,\ \sigma_j = \sigma_j^N,\ i \in C,\ j \in NC \quad (21)$$

Если все некооперированные агенты действительно осуществят свои усилия в размерах ,

то каждый член коллектива получит выигрыш в размере $U_i > U_i^N$. Исход такой игры не будет равновесным в силу того, что максимальное значение достигнет только коалиционный выигрыш. Выигрыш каждого из некооперированных агентов своего максимума не достигает. Любой некооперированный агент в этих условиях мог бы повысить свой индивидуальный выигрыш, если бы учел намерение членов коалиции максимизировать коалиционный выигрыш. Предположим, что некооперированный агент k, и только он один, отступил от условий (21), осуществив свои усилия в объеме, отвечающем условию максимума его индивидуального выигрыша:

$$\alpha_k \frac{\partial D}{\partial \sigma_k} = 1,\ \sigma_j = \sigma_j^N,\ j \in NC \setminus \{k\}$$

Его выигрыш достигнет своего максимального значения, если в полном соответствии с его предвидением члены коалиции действительно осуществят свои усилия в размерах, отвечающих условиям (21), а все некооперированные агенты, кроме него самого, приложат усилия в объемах $\sigma_j = \sigma_j^N$. Так как уровень усилий агента k превышает $\sigma_k^N$, то выигрыши всех остальных членов коллектива вследствие такого его выбора также возрастут, но, в отличие от выигрыша агента k, своих максимальных значений не достигнут. В этом случае риск агента k оказывается оправданным.

Легко видеть, что в сколько-нибудь многочисленном коллективе совокупность различных предположений членов коллектива относительно размера усилий, которые намерены приложить их партнеры, может иметь в качестве следствия огромное количество разнообразных результатов коллективных действий. Ведь каждый участник исходит в выборе объема собственных усилий не просто из своих представлений о своих партнерах, но и из своих представлений об их представлениях о нем самом, а также из своих представлений об их представлениях о его представлениях относительно их намерений и т.д. до бесконечности. Здесь мы сталкиваемся с вариантом рефлексивной игры [21], в которой информация не является средством для манипуляций. Рассмотренные выше примеры оппортунистического поведения членов коалиции предназначены только для акцентирования внимания на необходимости некооперированных агентов проявлять определенную осторожность в выборе объемов своих усилий.

Таким образом, мы приходим к следующим общим выводам.

1. И в случае выполнения условия комплементарности усилий (5), и в случае его отсутствия (11) то межличностное доверие, которое складывается внутри небольшой группы агентов, может привести ее к осуществлению коалиционной стратегии, направленной на максимизацию коалиционного выигрыша.

2. Если уровень межличностного доверия среди членов коалиции окажется достаточно высоким и оправданным, то в результате успешной реализации этой стратегии выигрыш каждого члена коллектива превысит его значение в бескоалиционной игре G.

3. По мере присоединения к коалиции новых членов из числа некооперированных агентов выигрыш каждого члена коллектива будет только возрастать. Фактически, коалиционная стратегия играет роль механизма конвертации межличностного доверия, сложившегося в небольшой группе агентов, в дополнительный выигрыш каждого члена большого коллектива.

Важно обратить внимание на то, что низкое значение усилий, которое в условиях комплементарности (5) склонен выбрать не приемлющий риска некооперированный агент, не позволит коллективу достичь в однократно проведенной коалиционной игре $G_c$ равновесный исход $N_c$. И не только в силу того, что именно этот агент осуществит усилия в недостаточном объеме. Любой другой некооперированный агент, даже нейтральный к риску и всего-навсего только подозревающий такого агента в его стремлении к гарантированному выигрышу, также окажется перед соблазном осуществить свои усилия в размере ниже того, который отвечает равновесию $N_c$. Одна из возможностей для преодоления подобной тенденции заключается в личном опыте членов коллектива, приобретаемом ими при неоднократном повторении коалиционной игры $G_c$. Анализу вариантов повторяющейся игры посвящена вторая часть статьи.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Скаржинская Е.М., Цуриков В.И. Дилемма для участника коллективных действий. Часть 1 // Теоретическая экономика. 2021. № 8(80). С. 64-75.

2. Скаржинская Е.М., Цуриков В.И. Дилемма для участника коллективных действий. Часть 2 // Теоретическая экономика. 2021. № 9(81). С. 49-60.

3. Капелюшников Р.И. Множественность институциональных миров: Нобелевская премия по экономике-2009: Препринт WP3/2010/02 (Часть 1). – М.: ГУ-ВШЭ, 2010. – 52 с.

4. Holmstrom B. Moral Hazard in Teams // The Journal of Economics. 1982. № 2. P. 324-340.

5. Остром Э. Управляя общим: эволюция институтов коллективной деятельности. – М.: ИРИ-СЭН, Мысль. 2011. – 447 с.

6. Ostrom E. A Behavioral Approach to the Rational Choice Theory of Collective Action // American Political Science Review. 1998. No 1. P. 1-22.

7. Белокрылова О.С., Ермишина А.В. Факторы коллективной действий (на примере жилищной самоорганизации) // Terra Economicus. 2012. № 1. С. 174-179.

8. Нилссон Й., Головина С., Володина Н. Влияние доверия на развитие аграрных кооперативов // Аграрный вестник Урала. 2008. № 8. С. 11-13.

9. Фукуяма Ф. Доверие: социальные добродетели и путь к процветанию. Пер. с англ. – М.: ООО «Издательство АСТ»: ЗАО НПП «Ермак», 2004. – 730 с.

10. Полтерович В.М. Позитивное сотрудничество: факторы и механизмы эволюции // Вопросы экономики. 2016. № 11. С. 5-23.

11. Смит А. Исследование о природе и причинах богатства народов. – М.: ЭКСМО, 2016. – 1056 с.

12. Huck S., Rey-Biel P. Endogenous Leadership in Teams // Journal of Institutional and Theoretical Economics. 2006.No 2. P. 253-261.

13. Gervais S., Goldstein I. The Positive Effects of Biased Self-Perceptions in Firms // Review of Finance. 2007. No 3. P. 453-496.

14. Шаститко А.Е. Экономическая теория организаций. – М.: ИНФРА-М, 2007. – 303 с.

15. Grossman S., Hart O. The Cost and Benefits of Ownership: A Theory of Vertical and Lateral Integration // Journal of Political Economy. 1986. No 4. P. 691-719.

16. Hart O.D., Moore J. Incomplete Contracts and Renegotiation // Econometrica. 1988. No 4. P. 755-785.

17. Тироль Ж. Рынки и рыночная власть: теория организации промышленности. В 2-х т, т.1. СПб.: Экономическая школа, 2000. – 376 с.

18. Фуруботн Э.Г., Рихтер Р. Институты и экономическая теория: Достижения новой институци-

ональной экономической теории. СПб.: Издательский Дом СПбГУ, 2005. – 736 с.

19. Шаститко А. Неполные контракты: проблемы определения и моделирования // Вопросы экономики 2001. № 6. С. 80-99.

20. Скоробогатов А. Теория организации и модели неполных контрактов // Вопросы экономики 2007. № 12. С. 71-95.

21. Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г. Рефлексивные игры. – М.: СИНТЕГ, 2003. – 160 с.

# Manifestation of the effect of a small coalition in the actions of a great team. Part 1

**Tsurikov Vladimir Ivanovich**
Doctor of Economics, Professor,
Kostroma State Agricultural Academy, Kostroma, Russian Federation.
E-mail: tsurikov@inbox.ru

**Skarzhinskaya Elena Matveevna**
Doctor of Economics, Professor,
Kostroma State University, Kostroma, Russian Federation.
E-mail: yelena.skarzhinsky@gmail.com

**Annotation.** The article is devoted to the theoretical analysis of the problems of the collective whose members create a common value by their individual efforts and distribute the resulting total income among themselves in predetermined relative shares. It is assumed that each member of the team strives for the maximum of his individual payoff and the total income function which increases with the size of the efforts of each participant, satisfies the law of diminishing returns. The possibilities of participants in collective actions to get out of the trap of inefficient Nash equilibrium in which the team falls as a result of autonomous choice of the size of efforts, and achieve a Pareto-preferred outcome are explored. The cooperation of agents necessary to improve the results of collective actions is difficult in a large team due to a lack of interpersonal trust but is possible in a small group (coalition). It is shown that the implementation of a coalition strategy aimed at maximizing the coalition gain leads to an increase in the individual gains of all members of the team. Strategies of agents avoiding risk and striving for the maximum guaranteed payoff are analyzed.

**Keywords:** collective action; Nash equilibrium; coalition; Pareto-preferable outcome; uaranteed win; positive externalities